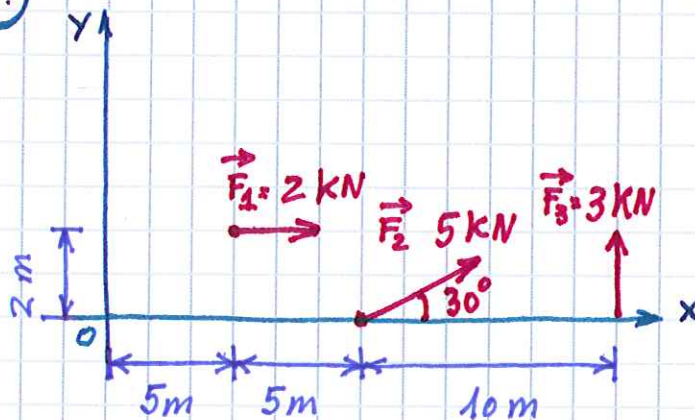


PROBLEMAS RESUELTOS

1.)



DETERMINAR EL SISTEMA DE FUERZAS EQUIVALENTE AL DE LA FIGURA, REDUCIDO AL ORIGEN DE COORDENADAS

SOLUCIÓN:

- Cada fuerza se descompone en sus componentes rectangulares:

$$\vec{F}_1: F_{1x} = 2 \text{ kN} \\ F_{1y} = 0$$

$$\vec{F}_2: F_{2x} = 5 \cdot \cos 30^\circ = 4,33 \text{ kN} \\ F_{2y} = 5 \cdot \sin 30^\circ = 2,50 \text{ kN}$$

$$\vec{F}_3: F_{3x} = 0 \\ F_{3y} = 3 \text{ kN}$$

- Calculamos las componentes de la resultante $\vec{R}$

$$R_x = \sum_{i=1}^3 F_{ix} = 6,33 \text{ kN}$$

$$R_y = \sum_{i=1}^3 F_{iy} = 5,50 \text{ kN}$$

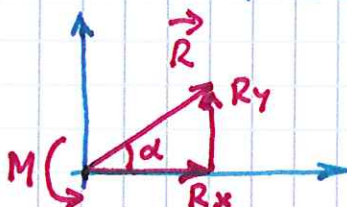
- Tomamos momentos del sistema respecto de origen "O". Para mayor facilidad tomamos momentos de las componentes de cada fuerza.

Elegimos como momentos positivos el signo antihorario $\curvearrowleft$

$$M = \underbrace{-2 \times 2}_{F_{1x}} + \underbrace{10 \times 2,50}_{F_{2y}} + \underbrace{20 \times 3}_{F_{3y}} = 81,0 \text{ m kN}$$

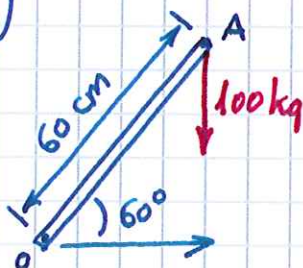
Las componentes nulas no producen momento y F_{2x} al pasar por el origen tampoco.

- SISTEMA EQUIVALENTE:



$$\begin{aligned} R_x &= 6,33 \text{ kN} \\ R_y &= 5,50 \text{ kN} \\ M &= 81,0 \text{ m kN} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} |\vec{R}| &= \sqrt{6,33^2 + 5,50^2} = 8,39 \text{ kN} \\ \tan \alpha &= \frac{5,50}{6,33} = 0,869 \end{aligned} \right.$$

2.-)



SE APLICA UNA FUERZA VERTICAL DE 100 kg EN EL EXTREMO DE UNA PALANCA UNIDA A UN EJE EN "O"

SE PIDE:

- 1.- MOMENTO DE LA FUERZA RESPECTO AL PUNTO "O"
- 2.- MÓDULO DE LA FUERZA HORIZONTAL QUE, APLICADA EN A, PRODUCE EL MISMO MOMENTO EN "O" QUE LA FUERZA VERTICAL DE 100 kg
- 3.- CALCULAR LA MENOR FUERZA QUE, APLICADA EN A, PRODUCE EL MISMO MOMENTO EN "O" QUE LA FUERZA VERTICAL DE 100 kg
- 4.- DISTANCIA A LA QUE SE DEBE APLICAR UNA FUERZA VERTICAL DE 240 kg PARA PRODUCIR EL MISMO MOMENTO EN "O" QUE LA FUERZA VERTICAL DE 100 kg.

SOLUCIÓN:

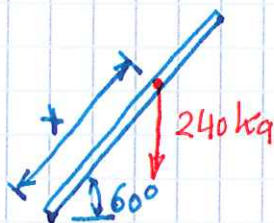
1.- $M = d \times F = 60 \times \cos 60^\circ \times 100 = \underline{3000 \text{ cm kg}}$ en sentido ↺

2.- Como la fuerza es horizontal $d = 60 \cdot \sin 60^\circ = 51,962 \text{ cm}$

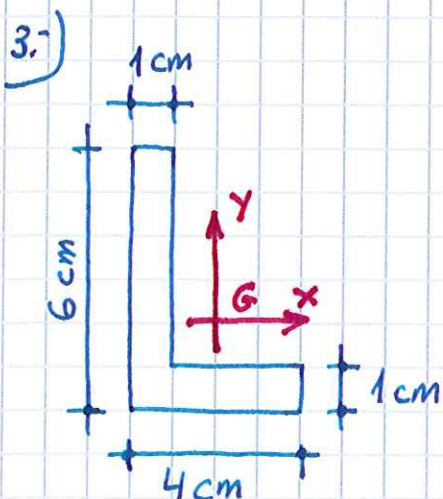
$$M = d \times F = 51,962 \times F = 3000 \Rightarrow F = 57,74 \text{ kg.}$$

3.- $M = d \times F = 3000 \text{ cm kg}$ F será mínima cuando d sea máxima $F = \frac{M}{d}$, entonces $d_{\max} = 60 \text{ cm} \Rightarrow F$ es perpendicular a la palanca OA $F = \frac{3000}{60} = \underline{50 \text{ kg.}}$

4.-



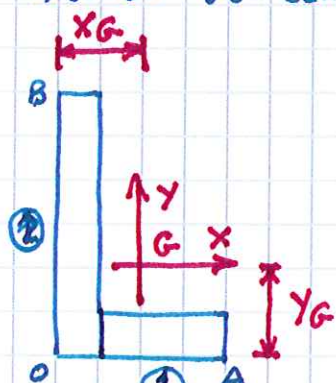
$$M = d \times F = x \cos 60^\circ \times 240 = 3000 \Rightarrow \underline{x = 25,0 \text{ cm}}$$



PARA LA SECCION DE LA FIGURA DETERMINAR LOS MOMENTOS DE INERCIA PRINCIPALES Y EL ANGULO QUE FORMAN LOS EJES PRINCIPALES DE INERCIA CON RESPECTO A LOS EJES CARTESIANOS (X,Y) QUE PASAN POR EL CENTRO DE GRAVEDAD (G)

SOLUCION

1- CALCULO DE CENTRO DE GRAVEDAD.



Descomponemos la sección en secciones conocidas, en este caso en dos rectángulos:

① Rectángulo inferior 3x1 cm

② Rectángulo izquierda 1x6 cm

Vamos a calcular x_G, y_G

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^2 A_i \cdot x_{gi}}{\sum_{i=1}^2 A_i} ; \quad y_G = \frac{\sum_{i=1}^2 A_i \cdot y_{gi}}{\sum_{i=1}^2 A_i}$$

Las coordenadas x_{gi}, y_{gi} se refieren a los ejes que forman las aristas $\underline{OA}$ y $\underline{OB}$

seccion	A_i	x_{gi}	y_{gi}	$A_i \cdot x_{gi}$	$A_i \cdot y_{gi}$
①	3x1	2,5	0,5	7,5	1,5
②	1x6	0,5	3,0	3,0	18
Σ	9,0			10,5	19,5

$$x_G = \frac{10,5}{9,0} = 1,17 \text{ cm} ; \quad y_G = \frac{19,5}{9,0} = 2,17 \text{ cm.}$$

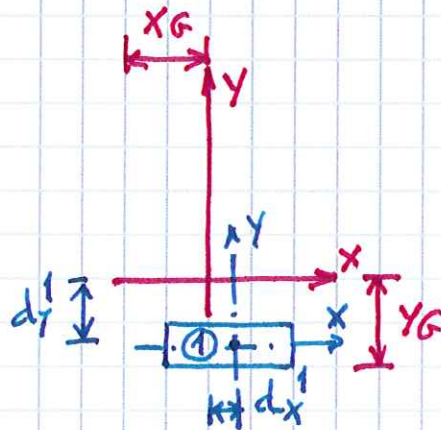
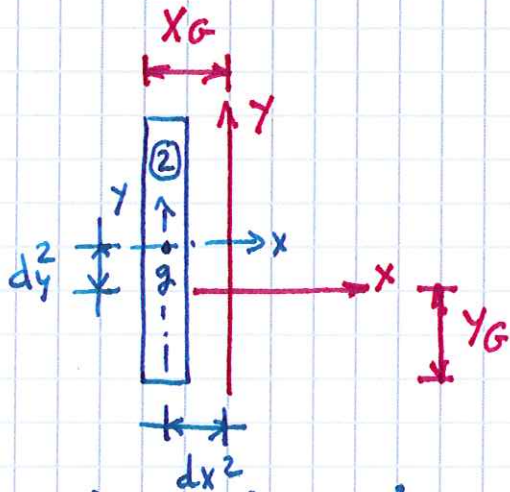
2- Respecto de los ejes x,y que pasan por G calculamos I_x, I_y e I_{xy}

Aplicamos la fórmula de Steiner

$$I_x = \sum_1^2 (I_{gx}^i + A_i \cdot d_y^2) = \text{Inercia de la sección completa respecto del eje } x$$

$$I_y = \sum_1^2 (I_{gy}^i + A_i \cdot d_x^2) = \text{Inercia de la sección completa respecto del eje } y$$

$$I_{xy} = \sum_1^2 (I_{gxy}^i + A_i \cdot d_x \cdot d_y) = \text{Producto de inercia de la sección completa respecto de } x \text{ e } y$$



I_{gx}^i , I_{gy}^i , I_{gxy}^i se toman de las tablas.

sección	A_i	I_{gx}^i	I_{gy}^i	I_{gxy}^i	d_x^i	d_y^i
①	3x1	$\frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 1^3$	$\frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 3^3$	0	2,5 - 1,17	0,5 - 2,17
②	1x6	$\frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 6^3$	$\frac{1}{12} \cdot 6 \cdot 1^3$	0	0,5 - 1,17	3,0 - 2,17
Σ	18,25	2,75	0			

sección	$A_i d_y^2$	$A_i d_x^2$	$A_i d_x d_y$
①	8,3667	5,3067	-6,6633
②	4,1334	2,6934	-3,3366
	12,5001	8,0001	-9,9999

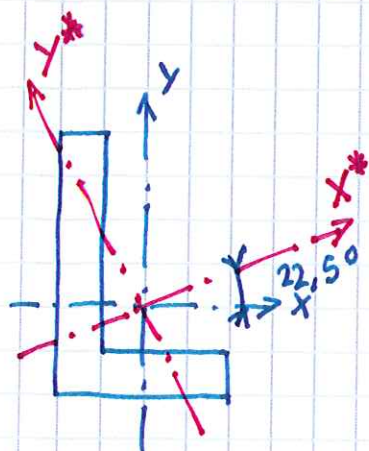
$$I_x = 18,25 + 12,50 = \underline{30,75 \text{ cm}^4}$$

$$I_y = 2,75 + 8,00 = \underline{10,75 \text{ cm}^4}$$

$$I_{xy} = 0 - 10,00 = \underline{-10,00 \text{ cm}^4}$$

3- Ángulo de los ejes principales de inercia.

$$\tan 2\theta = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} = -\frac{2(-10,00)}{30,75 - 10,75} = 1,00 \quad \theta = 22,5^\circ$$



X^*, Y^* Ejes principales de inercia

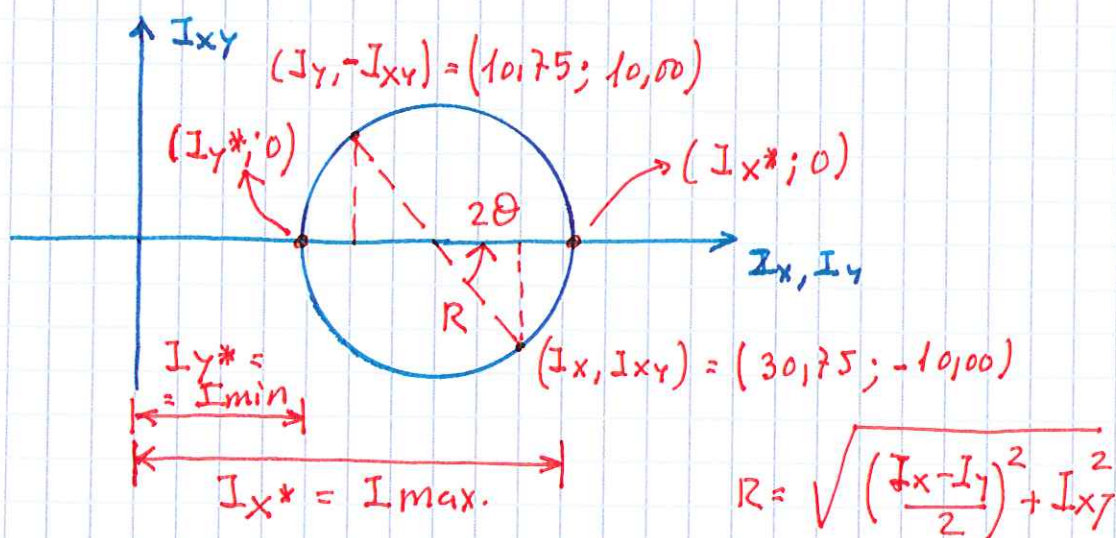
$$I_{X^*} = I_{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} = 34,89 \text{ cm}^4$$

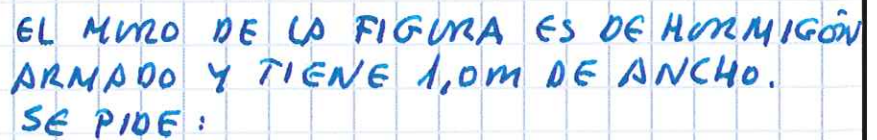
$$I_{Y^*} = I_{\min} = \frac{I_x + I_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} = 6,61 \text{ cm}^4$$

$$I_{X^*Y^*} = 0 \quad (\text{ejes principales de inercia})$$

Como θ sale positivo para obtener los ejes X^*, Y^* giramos los ejes X, Y en sentido antihorario.

Círculo de Mohr





- 1.- SEGURIDAD AL VOLCO
- 2.- SEGURIDAD AL DESLIZAMIENTO
- 3.- TENSIONES BAJO LA ZAPATA.

PESO TIERRAS = $2,0 \text{ t/m}^3$ COEFICIENTE EMPUJE = $0,333$

Todos los pesos están aplicados en los respectivos centros de gravedad

El punto de aplicación al ser triangular
esta a $\frac{1}{3}$ altura = $\frac{1}{3} 3 = 1,0\text{m}$ respecto de la
base.

El muro tiende a volcar girando respecto del punto A

coef. seg. vuelco $\gamma_v = \frac{M_E}{M_V}$

M_V : Momentos volcadores respecto A, momentos que giran en sentido horario ↻

$$M_V = E_T \times (1,0 + 0,75) = 2,997 \times 1,75 = \underline{5,24 \text{ mt}}$$

M_E : Momentos estabilizadores respecto A, momentos que giran en sentido antihorario. ↺

$$M_E = W_z \times 1,5 + W_M \times 0,75 + W_T \times 2,0 = 5,63 \times 1,5 + 3,75 \times 0,75 + 12,0 \times 2,0 = \underline{35,26 \text{ mt}}$$

$$\gamma_v = \frac{35,26}{5,24} = \underline{6,73} > 1,5 \text{ (valor mínimo)}$$

2.- SEGURIDAD AL DESLIZAMIENTO

coef. seg. deslizamiento $\gamma_d = \frac{F_E}{F_0}$

F_E : Fuerza estabilizadora. la fuerza que se opone al deslizamiento es el rozamiento zapata-terreno

$$F_E = \mu N; \quad N = W_T + W_z + W_M = 3,75 + 5,63 + 12,0 = 21,38 \text{ t}$$

μ : coef. rozamiento, se toma 0,5

$$F_E = 0,5 \times 21,38 = 10,69 \text{ t}$$

F_0 : Fuerza que favorece el deslizamiento

$$F_0 = E_T = 2,997 \text{ t}$$

$$\gamma_d = \frac{10,69}{2,997} = \underline{3,57} > 1,5 \text{ (valor mínimo)}$$

3.- TENSIONES BAJO LA ZAPATA

Para calcular las tensiones se reduce todo el sistema de fuerzas al punto medio de la zapata.

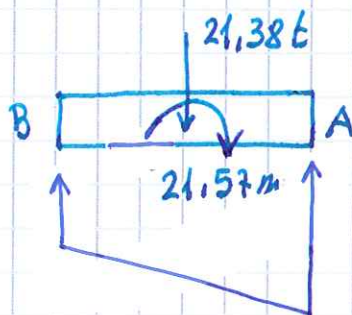


Con el signo de la figura tenemos:

$$N = \sum \text{Pesos} = 21,38 \text{ t}$$

$$M = E_T \times 1,75 - W_T \times 0,50 + W_M \times 0,75 + W_Z \times 0 =$$

$$= 2,997 \times 1,75 - 32,0 \times 0,50 + 3,75 \times 0,75 + 5,63 \times 0 = 2,06 \text{ mt}$$



Tensiones

$$\left. \begin{matrix} \sigma_A \\ \sigma_B \end{matrix} \right\} = \frac{N}{3 \times 1} \pm \frac{6M}{1 \times 3^2} = \frac{21,38}{3} \pm \frac{12,36}{9}$$

$$\sigma_A = 8,50 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_B = 5,75 \text{ t/m}^2$$